

EXERCICE 1

255 et 154 sont-ils premiers entre eux ?

Étapes	a	b	r	
1				←
2				←
3				←
4				←
5				←
6				←
7				←
8				←

$a - bq = r$

EXERCICE 2

609 et 465 sont-ils premiers entre eux ?

Étapes	a	b	r	
1				←
2				←
3				←
4				←
5				←
6				←

$a - bq = r$

EXERCICE 3

11 913 et 7 259 sont-ils premiers entre eux ?

Étapes	a	b	r	
1				←
2				←
3				←
4				←
5				←
6				←
7				←
8				←
9				←
10				←
11				←
12				←
13				←

$a - bq = r$

EXERCICE 4

- a. 140 et 99 sont-ils premiers entre eux ?
- b. 102 et 141 sont-ils premiers entre eux ?
- c. 45 et 37 sont-ils premiers entre eux ?
- d. 203 et 217 sont-ils premiers entre eux ?
- e. 171 et 122 sont-ils premiers entre eux ?

EXERCICE 5

Les fractions suivantes sont-elles irréductibles ?

a. $\frac{2}{4}$	b. $\frac{2}{3}$
c. $\frac{3}{7}$	d. $\frac{6}{9}$
e. $\frac{15}{10}$	f. $\frac{7}{13}$
g. $\frac{5}{20}$	h. $\frac{22}{23}$
i. $\frac{1}{57}$	j. $\frac{42}{33}$

EXERCICE 6

Les fractions suivantes sont-elles irréductibles ? (On pourra utiliser les résultats des exercices précédents.)

a. $\frac{255}{154}$	b. $\frac{609}{465}$
c. $\frac{7\ 259}{11\ 913}$	d. $\frac{140}{99}$
e. $\frac{102}{141}$	f. $\frac{37}{45}$
g. $\frac{217}{203}$	h. $\frac{171}{122}$

EXERCICE 7 : Écrire ces fractions sous forme irréductible (On pourra au préalable calculer le PGCD du numérateur et du dénominateur).

a. PGCD (42 ; 231) = $\frac{42}{231} = \frac{\dots}{\dots}$	b. PGCD (221 ; 255) = $\frac{221}{255} = \frac{\dots}{\dots}$
c. PGCD (385 ; 1771) = ... $\frac{385}{1\ 771} = \frac{\dots}{\dots}$	d. PGCD (388 ; 485) = $\frac{388}{485} = \frac{\dots}{\dots}$
e. PGCD (663 ; 969) = $\frac{663}{969} = \frac{\dots}{\dots}$	f. PGCD (1209 ; 899) = $\frac{1\ 209}{899} = \frac{\dots}{\dots}$

CORRECTION

EXERCICE 1 : 255 et 154 sont-ils premiers entre eux ?

Étapes	a	b	r	$a - bq = r$
1	255	154	101	$255 - 1 \times 154 = 101$
2	154	101	53	$154 - 1 \times 101 = 53$
3	101	53	48	$101 - 1 \times 53 = 48$
4	53	48	5	$53 - 1 \times 48 = 5$
5	48	5	3	$48 - 9 \times 5 = 3$
6	5	3	2	$5 - 1 \times 3 = 2$
7	3	2	1	$3 - 1 \times 2 = 1$
8	2	1	0	$2 - 2 \times 1 = 0$

PGCD = 1 donc 255 et 154 sont premiers entre eux.

EXERCICE 2 : 609 et 465 sont-ils premiers entre eux ?

Étapes	a	b	r	$a - bq = r$
1	609	465	144	$609 - 1 \times 465 = 144$
2	465	144	33	$465 - 3 \times 144 = 33$
3	144	33	12	$144 - 4 \times 33 = 12$
4	33	12	9	$33 - 2 \times 12 = 9$
5	12	9	3	$12 - 1 \times 9 = 3$
6	9	3	0	$9 - 3 \times 3 = 0$

PGCD = 3 donc 609 et 465 ne sont pas premiers entre eux

EXERCICE 3 11 913 et 7 259 sont-ils premiers entre eux ?

Ét.	a	b	r	$a - bq = r$
1	11913	7259	4654	$11913 - 1 \times 7259 = 4654$
2	7259	4654	2605	$7259 - 1 \times 4654 = 2605$
3	4654	2605	2049	$4654 - 1 \times 2605 = 2049$
4	2605	2049	556	$2605 - 1 \times 2049 = 556$
5	2049	556	381	$2049 - 3 \times 556 = 381$
6	556	381	175	$556 - 1 \times 381 = 175$
7	381	175	31	$381 - 2 \times 175 = 31$
8	175	31	20	$175 - 5 \times 31 = 20$
9	31	20	11	$31 - 1 \times 20 = 11$
10	20	11	9	$20 - 1 \times 11 = 9$
11	11	9	2	$11 - 1 \times 9 = 2$
12	9	2	1	$9 - 4 \times 2 = 1$
13	2	1	0	$2 - 2 \times 1 = 0$

11 913 et 7 259 sont premiers entre eux.

EXERCICE 4

- a. 140 et 99 sont-ils premiers entre eux ?
 $\rightarrow 140 - 99 = 41$
 $99 - 2 \times 41 = 17$
 $41 - 2 \times 17 = 7$
 $17 - 2 \times 7 = 3$
 $7 - 2 \times 3 = 1 \rightarrow \text{PGCD} = 1$
 $3 - 3 \times 1 = 0$: ils sont premiers entre eux
- b. 102 et 141 sont-ils premiers entre eux
 \rightarrow non premiers : ils sont divisibles par 3.
- c. 45 et 37 sont-ils premiers entre eux ?
 \rightarrow oui, car 37 est déjà un nombre premier.
- d. 203 et 217 sont-ils premiers entre eux ?
 $\rightarrow 217 - 203 = 14$
 $203 - 14 \times 14 = 7 \rightarrow \text{PGCD} = 7$
 $14 - 2 \times 7 = 0$: non premiers entre eux
- e. 171 et 122 sont-ils premiers entre eux ?
 $\rightarrow 171 - 122 = 49$
 $122 - 2 \times 49 = 24$
 $49 - 2 \times 24 = 1 \rightarrow \text{PGCD} = 1$
 $24 - 24 \times 1 = 0$: premiers entre eux

EXERCICE 5

Les fractions suivantes sont-elles irréductibles ?

a. $\frac{2}{4} = \frac{\boxed{2} \times 1}{\boxed{2} \times 2} = \frac{1}{2}$	b. $\frac{2}{3}$
c. $\frac{3}{7}$	d. $\frac{6}{9} = \frac{\boxed{3} \times 2}{\boxed{3} \times 3} = \frac{2}{3}$
e. $\frac{15}{10} = \frac{\boxed{5} \times 3}{\boxed{5} \times 2} = \frac{3}{2}$	f. $\frac{7}{13}$
g. $\frac{5}{20} = \frac{\boxed{5} \times 1}{\boxed{5} \times 4} = \frac{1}{4}$	h. $\frac{22}{23}$
i. $\frac{1}{57}$	j. $\frac{42}{33} = \frac{\boxed{3} \times 14}{\boxed{3} \times 11} = \frac{14}{11}$

EXERCICE 6

- Cf Ex 1 : 255 et 154 sont premiers entre eux.
- Cf Ex 2 : 609 et 465 ne sont pas premiers entre eux.
- Cf Ex 3 : 11 913 et 7 259 sont premiers entre eux.
- Cf Ex 4 : 140 et 99 sont premiers entre eux.
 102 et 141 ne sont pas premiers entre eux.
 45 et 37 sont premiers entre eux.
 203 et 217 ne sont pas premiers entre eux.
 171 et 122 sont premiers entre eux.

Une fraction est réductible si le numérateur et le dénominateur ne sont pas premiers entre eux.

a. $\frac{255}{154}$	b. $\frac{609}{465} = \frac{\boxed{3} \times 203}{\boxed{3} \times 155} = \frac{203}{155}$
c. $\frac{7\ 259}{11\ 913}$	d. $\frac{140}{99}$
e. $\frac{102}{141} = \frac{\boxed{3} \times 34}{\boxed{3} \times 47} = \frac{34}{47}$	f. $\frac{37}{45}$
g. $\frac{217}{203} = \frac{\boxed{7} \times 31}{\boxed{7} \times 29} = \frac{31}{29}$	h. $\frac{171}{122}$

EXERCICE 7

Écrire ces fractions sous forme irréductible

a. $231 = 21 \times 11$ PGCD (42 ; 231) = 21 $\frac{42}{231} = \frac{\boxed{21} \times 2}{\boxed{21} \times 11} = \frac{2}{11}$	b. $255 - 221 = 34$ $221 - 34 \times 6 = 17$ $34 - 17 \times 2 = 0$ PGCD (221 ; 255) = 17 $\frac{221}{255} = \frac{\boxed{17} \times 13}{\boxed{17} \times 15} = \frac{13}{15}$
c. $1771 - 385 \times 4 = 231$ $385 - 321 = 64$ $321 - 64 \times 5 = 1$ $64 - 64 \times 1 = 0$ PGCD (385 ; 1 771) = 1 $\frac{385}{1\ 771}$	d. $485 - 388 = 97$ $388 - 97 \times 4 = 0$ PGCD (388 ; 485) = 97 $\frac{388}{485} = \frac{\boxed{97} \times 4}{\boxed{97} \times 5} = \frac{4}{5}$
e. $969 - 663 = 306$ $663 - 306 \times 2 = 51$ $306 - 51 \times 6 = 0$ PGCD (663 ; 969) = 51 $\frac{663}{969} = \frac{\boxed{51} \times 13}{\boxed{51} \times 19} = \frac{13}{19}$	f. $1209 - 899 = 310$ $899 - 310 \times 2 = 279$ $310 - 279 = 31$ $279 - 31 \times 9 = 0$ PGCD (1 209 ; 899) = 31 $\frac{1209}{899} = \frac{\boxed{31} \times 39}{\boxed{31} \times 29} = \frac{39}{29}$