

# Correction Devoir Surveillé n°1 Troisième

Arithmétique

Durée 1 heure

Année 2019-2020

---

## Exercice 1. Sur cette feuille : un peu de cours

2.5 points

### 1. Donner la définition d'un nombre premier ainsi que les dix premiers nombres premiers :

Un nombre premier est un nombre entier naturel qui admet 2 diviseurs uniques et distincts. Les dix premiers sont :

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$$

### 2. Donner la définition de la division euclidienne de 2 entiers $a$ et $b$ . Puis donner un exemple :

Effectuer une **division euclidienne** d'un entier  $a$  par un entier  $b$  non nul ( $b \neq 0$ ), c'est trouver deux nombres entiers, le **quotient**  $q$  et le **reste**  $r$ , tels que :

$$a = b \times q + r, \text{ avec } r < b.$$

Par exemple la division euclidienne de 13 par 3 donne un quotient de 4 et un reste 1 :

$$13 = 3 \times 4 + 1$$

---

## Exercice 2. Déjà vu ... La grande course!

3 points

Dans une course automobile, deux voitures partent en même temps sur la ligne de départ à 13 h 00. Cette course s'effectue en 12 tours de circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B met 30 minutes.

### 1. A quelle heure est arrivée la première de ces deux voitures?

La voiture B met 30 minutes et

$$12 \times 30 \text{ min} = 360 \text{ min} = 6 \text{ h}$$

Elle arrive donc à : 13 h + 6 h = 19 h.

### 2. Combien de fois se seront de nouveau croisées les deux voitures sur la ligne de départ pendant la course?

- On peut chercher le PPCM de 36 et de 30 :

$$\begin{cases} 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 6 \times 6 \\ 30 = 2 \times 3 \times 5 = 6 \times 5 \end{cases} \implies 5 \times 36 = 5 \times 30 = 180$$

Le PPCM de 36 et 30 est donc 180.

- Les deux voitures vont donc se croiser toutes les 180 minutes soit toutes les 3 heures.  
C'est à dire à 16h et 19 h, donc deux fois pendant la course puisque la voiture B arrive à 19h.

---

## Exercice 3. Le problème du capitaine

4 points

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1 150 perles et 4 140 pièces d'or.

### 1. Décomposer 69; 1 150 et 4 140 en produits de facteurs premiers.

On obtient :

$$\boxed{69 = 3 \times 23} \text{ et } \boxed{1\ 150 = 2 \times 5^2 \times 23} \text{ et } \boxed{4\ 140 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 23}$$

### 2. Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins. Combien y a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués?

Toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués donc le nombre de marins est un diviseur commun de 69; 1 150 et 4 140. La décomposition de la question précédente nous montre que seuls 23 et 1 divisent à la fois 69; 1 150 et 4 140. On sait qu'il y a plus de 1 marin, donc l'unique solution possible est 23.

On peut en conclure qu'il y a 23 marins.

**Exercice 4. Les diviseurs premiers****4.5 points**

1. Le nombre 588 peut se décomposer sous la forme  $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$ . Quels sont ses diviseurs premiers, c'est-à-dire les nombres qui sont à la fois des nombres premiers et des diviseurs de 588 ?

Les diviseurs premiers de 588 sont 2; 3 et 7.

2.

2. a. Déterminer la décomposition en facteurs premiers de 27 000 000.

$$27\,000\,000 = 27 \times 1\,000\,000 = 3^3 \times 10^6 = 3^3 \times (2 \times 5)^6 = 3^3 \times 2^6 \times 5^6 = 2^6 \times 3^3 \times 5^6.$$

2. b. Quels sont ses diviseurs premiers ?

Les diviseurs premiers de 27 000 000 sont 2; 3 et 5

3. Déterminer le plus petit nombre entier positif impair qui admet trois diviseurs premiers différents. Expliquer votre raisonnement.

Les premiers nombres impairs premiers sont 3; 5 et 7, donc le plus petit entier impair admettant trois diviseurs premiers différents est  $3 \times 5 \times 7 = 105$ .

**Exercice 5. Déjà vu? ... Fraction irréductible****3 points**

1. Décomposez les entiers 756 et 441 en produit de facteurs premiers (détaillez les calculs).

$$\begin{cases} 756 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 = 63 \times 12 \\ 441 = 3 \times 3 \times 7 \times 7 = 63 \times 7 \end{cases}$$

2. Calculer le plus grand commun diviseur de 756 et 441.

D'après la décomposition précédente, le plus grand commun diviseur de 756 et 441 est 63.

3. Rendre alors irréductible la fraction  $\frac{756}{441}$ .

$$\frac{756}{441} = \frac{63 \times 12}{63 \times 7} = \frac{12}{7}$$

**Exercice 6. Vrai ou Faux****3 points****Affirmation 1 (Fausse)**

La somme de deux nombres impairs est un nombre impair.

**Preuve**

⤴ La somme des deux impairs 5 et 7 donne 12 un nombre pair donc l'affirmation est fausse

**Affirmation 2**

La somme de deux nombres pairs est un nombre pair.

**Preuve**

⤴ Soit a et b deux nombres pairs. Ils peuvent s'écrire sous la forme, avec m et n entiers :

$$a = 2 \times n \text{ et } b = 2 \times m$$

On a donc :

$$a + b = 2n + 2m = 2 \underbrace{(n + m)}_{\text{entier}}$$

⤴ Donc l'affirmation est vraie, la somme de deux nombres pairs est un nombre pair.