

Correction DS n°8 - Quatrième

**Correction-Devoir Surveillé n°8 Puissances et équations** Durée 1 H Classe de 4eme

**Exercice 1. Compléter sur cette feuille : Puissances et propriétés**

.../1,5 points

1.  $2^{\boxed{-2}} \times 2^3 = 2^1$

2.  $\frac{5^{10}}{5^{-10}} = 5^{\boxed{20}}$

3.  $\boxed{5^3} \times 3^3 = 15^3$

4.  $10^{\boxed{1}} \times 10 = 10^2$

5.  $910,5 = 9,105 \times 10^{\boxed{2}}$

6.  $-0,05 = \boxed{-5} \times 10^{-2}$

**Exercice 2. Compléter sur cette feuille : Équations**

.../1,5 points

Donner directement et sans justification, la solution des équations suivantes :

1.  $(E_1) : 2x + 1 = 3$ ; la solution est  $\boxed{x_1 = 1}$

2.  $(E_2) : 5x = 10$ ; la solution est  $\boxed{x_2 = 2}$

3.  $(E_3) : -6x = 12$ ; la solution est  $\boxed{x_3 = -2}$

4.  $(E_4) : x - 2 = -3$ ; la solution est  $\boxed{x_4 = -1}$

5.  $(E_5) : 10x = 10$ ; la solution est  $\boxed{x_5 = 1}$

6.  $(E_6) : -10x = -10$ ; la solution est  $\boxed{x_6 = 1}$ ;

**Exercice 3. Équations**

3,5 points

On considère l'équation :

$$(E_7) : 2(x + 3) = 7x + 1$$

1. Les nombres  $-3$  et  $1$  sont-ils solutions de l'équation  $(E_7)$  ?

- Pour  $x = -3$  on a :

$$\begin{cases} 2(x + 3) = 2 \times (-3 + 3) = 2 \times 0 = 0 \\ 7x + 1 = 7 \times (-3) + 1 = -21 + 1 = -20 \end{cases}$$

Les résultats sont différents donc  $-3$  n'est pas solution de  $(E_7)$ .

- Pour  $x = 1$  on a :

$$\begin{cases} 2(x + 3) = 2 \times (1 + 3) = 2 \times 4 = 8 \\ 7x + 1 = 7 \times 1 + 1 = 8 \end{cases}$$

Les résultats sont égaux donc  $1$  est solution de  $(E_7)$ .

2. Résoudre l'équation  $(E_7)$  et retrouver le résultat de la question précédente.

$$\begin{aligned} (E_7) : 2(x + 3) = 7x + 1 &\iff 2x + 6 = 7x + 1 \\ &\iff 5 = 5x \\ &\iff x = \frac{5}{5} = 1 \end{aligned}$$

L'unique solution de l'équation  $(E_7)$  est donc  $\boxed{x_7 = 1}$ .

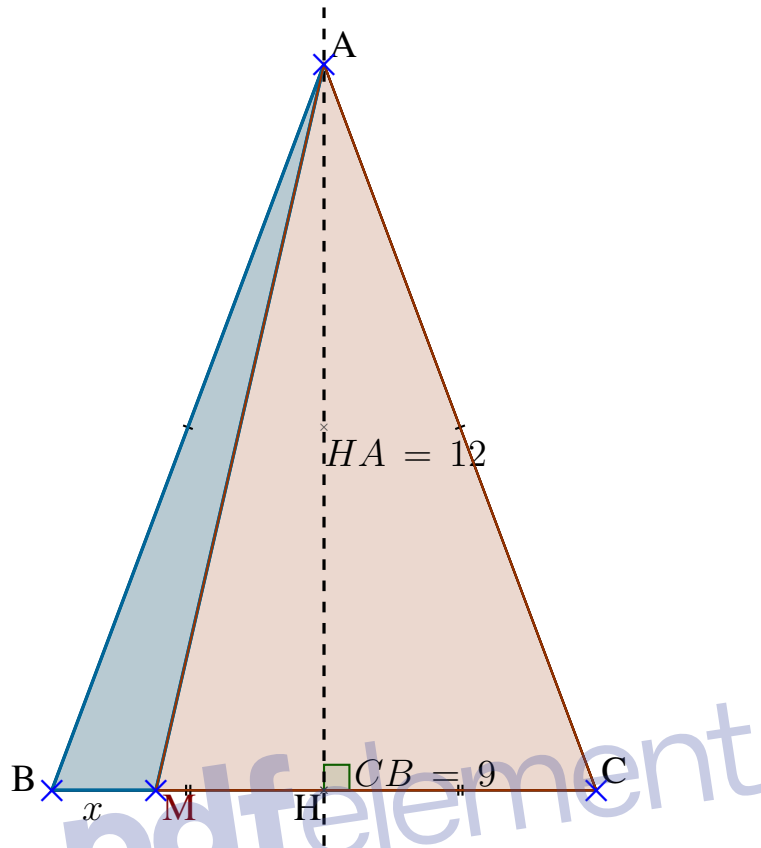
On retrouve bien les résultats de la question précédente.

## Exercice 4. Équations et problème

4,5 points

ABC est un triangle isocèle de sommet principal A, tel que le côté [BC] mesure 9 cm et la hauteur relative à ce côté (donc passant par A) mesure 12 cm. M est un point du segment [BC], on pose :  $BM = x$ .

2. a. [1 point] Faire une figure.



2. b. [1 point] Démontrer que l'aire du triangle ABM, exprimée en  $\text{cm}^2$ , est égale à :  $\mathcal{A}_{ABM} = 6x$ .  
ABM est un triangle de hauteur AH relative au côté [BM] donc :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{ABM} &= \frac{AH \times BM}{2} \\ &= \frac{12 \times BM}{2} \\ &= 6 \times BM\end{aligned}$$

Puisque  $BM = x$  on a :

$$\boxed{\mathcal{A}_{ABM} = 6x}$$

2. c. [1 point] Démontrer que l'aire du triangle ACM, exprimée en  $\text{cm}^2$ , est égale à :  $\mathcal{A}_{ACM} = 54 - 6x$ .  
ACM est un triangle de hauteur AH relative au côté [CM] donc :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{ACM} &= \frac{AH \times CM}{2} \\ &= \frac{12 \times CM}{2} \\ &= 6 \times CM\end{aligned}$$

Puisque M appartient au segment [BC] on a  $CM = BC - BM = 9 - x$

$$\mathcal{A}_{ACM} = 6(9 - x)$$

Puis en développant on obtient

$$\boxed{\mathcal{A}_{ACM} = 54 - 6x}$$

2. d. [1,5 point] Pour quelle valeur de  $x$  l'aire du triangle ABM est-elle le double de celle du triangle ACM ?

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{ABM} = 2 \times \mathcal{A}_{ACM} &\iff 6x = 2 \times (54 - 6x) \\ &\iff 6x = 108 - 12x \\ &\iff 18x = 108 \\ &\iff x = \frac{108}{18} = 6 \end{aligned}$$

L'aire du triangle ABM est le double de celle du triangle ACM pour  $\boxed{BM = x = 6}$

### Exercice 5. Notation scientifique

3 points

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants en détaillant vos calculs.

$$1. A = \frac{49 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-10}}{14 \times 10^{-2}} = \boxed{2,1 \times 10^{-4}} \quad \left| \quad 2. B = \frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times (10^{-3})^{-4}}{0,2 \times 10^{-2}} = \boxed{1,8 \times 10^{17}} \right.$$

### Exercice 6. La vitesse de la lumière

6 points

De nos jours, la vitesse de la lumière, notée  $c$  (pour célérité), est estimée à :  $c \approx 299\,792 \text{ km.s}^{-1}$ . Cette valeur a été fixée en 1983 par le *Bureau international des poids et mesures*.

1. [1 point] Dès 1862, le scientifique français Léon Foucault (1819-1868) calcule une bonne estimation de la vitesse de la lumière. Il obtient une valeur de :  $v_1 = 298\,000 \text{ km.s}^{-1}$ . Donner l'écriture scientifique de  $v_1$  et évaluer l'erreur commise en pourcentage.

- On a :  $\boxed{v_1 = 2,98 \times 10^5 \text{ km.s}^{-1}}$  ;
- L'erreur commise est donc de

$$\text{erreur} = c - v_1 = 299\,792 - 298\,000 = 1\,792 \text{ km.s}^{-1}$$

ce qui correspond, en pourcentage de la valeur réelle à

$$\boxed{\frac{\text{erreur}}{c} = \frac{1\,792}{299\,792} \approx 0,005978 \text{ soit environ } 0,60\%}$$

Pour la suite de cet exercice, on retiendra pour les calculs la valeur de  $c' \approx 300\,000 \text{ km.s}^{-1}$ .

2. Quelques secondes, quelques minutes-lumière !

2. a. [1 point] La lune est en moyenne à 384 000 km de la Terre.

Exprimer cette distance en notation scientifique puis calculer le temps que met la lumière pour parcourir cette distance.

- La distance en notation scientifique est :  $\boxed{d_{T-L} = 3,84 \times 10^5 \text{ km}}$ .
- Temps mis par la lumière pour faire la distance Terre-Lune :

Pour cela on peut faire un tableau de proportionnalité ou appliquer directement la formule  $v = \frac{d}{t}$  soit  $t = \frac{d}{v}$ .

Sachant que la lumière parcourt environ 300 000 km =  $3 \times 10^5$  km en 1 seconde on a :

distance (en km)	300 000 km	$3,84 \times 10^5$ km
temps (en s)	1 s	?

et donc

$$\boxed{t_{T-L} = \frac{3,84 \times 10^5 \times 1}{3 \times 10^5} = \frac{3,84}{3} = 1,28 \text{ s}}$$

2. b. [1 point] Le Soleil est en moyenne à 149 597 870 km de la Terre (environ 150 millions de km).

Exprimer cette distance en notation scientifique puis calculer le temps que met la lumière pour parcourir cette distance.

- La distance en notation scientifique est :  $d_{T-S} = 1,495\,978\,7 \times 10^8$  km.
- Temps mis par la lumière pour faire la distance Terre-Soleil :  
Sachant que la lumière parcourt environ 300 000 km =  $3 \times 10^5$  km en 1 seconde on a :

distance (en km)	300 000 km	$1,495\,978\,7 \times 10^8$ km
temps (en s)	1 s	?

et donc

$$t_{T-S} = \frac{1,495\,978\,7 \times 10^8 \text{ km} \times 1}{3 \times 10^5} = \frac{1,495\,978\,7}{3} \times 10^3 \approx 499 \text{ s} \approx 8,3 \text{ min}$$

3. Années-lumière (a.l.)

3. a. [1 point] Estimation de la distance parcourue par la lumière en 1 heure, exprimée en notation scientifique.

distance (en km)	300 000 km	? km
temps (en s)	1 s	3 600 s (= 1 h)

La distance parcourue par la lumière en 1 heure est donc de

$$d = 3 \times 10^5 \times 3\,600 = 108 \times 10^7 = 1,08 \times 10^9 \text{ km soit environ 1 milliard de km}$$

3. b. [1 point] La distance parcourue par la lumière en 1 année de 365 jours, est une unité de mesure de distance appelée année-lumière, de symbole a.l.. Montrer qu'une année-lumière (1 a.l.) est environ égale à 9 500 milliards de kilomètres puis exprimer le résultat en notation scientifique.

Une année de 365 jours comporte  $365 \times 24 = 8\,760$  heures et donc d'après la question précédente, la distance parcourue par la lumière en 1 année est de :

$$1 \text{ a.l.} = 8\,760 \times 1,08 \times 10^9 \text{ km}$$

$$1 \text{ a.l.} = 9\,460,8 \times 10^9 \text{ km}$$

$$1 \text{ a.l.} = 9,46 \times 10^{12} \text{ km soit environ 9 500 milliards de km}$$

3. c. [1 point] Proxima Centori (PC), la plus proche des étoile du système solaire est à 4,22 années-lumière. Exprimer sa distance à la Terre en km et en notation scientifique.

$$d_{T-PC} = 4,22 \times 1 \text{ a.l.}$$

$$d_{T-PC} = 4,22 \times 9,46 \times 10^{12} \text{ km}$$

$$d_{T-PC} = 39,921\,2 \times 10^{12} \text{ km}$$

$$d_{T-PC} = 3,992\,12 \times 10^{13} \text{ km soit environ 40 000 milliards de km}$$

Remarque : en utilisant la valeur 1 a.l. = 9 500 milliards de km on obtient :

$$d_{T-PC} = 4,22 \times 9\,500 \times 10^9 \text{ km} \approx 4,009 \times 10^{13} \text{ km}$$

Bonus

2 points

Résoudre l'équation :  $(E_8) : \frac{2x-1}{5} = \frac{2}{3}x - \frac{1}{15}$  En multipliant les deux membres de l'équation par 15 on obtient :

$$(E_8) : \frac{2x-1}{5} = \frac{2}{3}x - \frac{1}{15} \iff \frac{15}{5}(2x-1) = \frac{2 \times 15}{3}x - 1$$

$$\iff 3(2x-1) = 10x - 1$$

$$\iff 6x - 3 = 10x - 1$$

$$\iff -2 = 4x$$

$$(E_8) \iff \frac{-2}{4} = x$$

$$(E_8) \iff x = \frac{-1}{2}$$

L'unique solution de l'équation  $(E_8)$  est donc  $x_8 = -\frac{1}{2}$