Correction Devoir Surveillé n°3 Quatrième Calcul Littéral en début d'*année*

Exercice 1. Développements : Compléter directement sur cette feuille — 2 points

A compléter sur cette feuille

1. $3(2x+1) = 6x+3$
2. $(2x+1)(3x+4) = 6x^2+11x+4$
3. $-(1-x) = -1+x$
4. $-3(2-5x) = -6+15x$

Exercice 2. Factorisation : Compléter directement sur cette feuille — 2 points

A compléter sur cette feuille

1. $a^2+3a = a(a+3)$
2. $2a+4 = 2(a+2)$
3. $3a^2+a = a(3a+1)$
4. $15a+5a^2 = 5a(3+a)$

Exercice 3. Avec une expression — 6 points

On considère l'expression : $A(x) = (2x+1)(1-3x) - 2(2x+1)$.

1. Développer et réduire $A(x)$.

$$A(x) = (2x+1)(1-3x) - 2(2x+1)$$
$$A(x) = 2x - 6x^2 + 1 - 3x - 4x - 2$$
$$A(x) = \underline{-6x^2 - 5x - 1}$$

2. Factoriser $A(x)$.

$$A(x) = \boxed{\underline{(2x+1)} \times (1-3x)} - \boxed{2 \times \underline{(2x+1)}}$$
$$A(x) = (2x+1) \times \left[(1-3x) - 2\right]$$
$$A(x) = \underline{(2x+1)(-3x-1)}$$

3. Calculer $A(-1)$, c'est à dire $A(x)$ en remplaçant x par -1.

Avec par exemple la forme développée on obtient :

$$A(x) = -6x^2 - 5x - 1$$
$$A(-1) = -6 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) - 1$$
$$A(-1) = -6 \times 1 + 5 - 1$$
$$A(-1) = -6 + 5 - 1$$
$$A(-1) = \underline{-2}$$

Ou avec par exemple la forme factorisée on obtient :

$$A(x) = (2x+1)(-3x-1)$$
$$A(-1) = \Big(2 \times (-1) + 1\Big)\Big(-3 \times (-1) - 1\Big)$$
$$A(-1) = \Big(-2+1\Big)\Big(3-1\Big)$$
$$A(-1) = (-1) \times (2)$$
$$A(-1) = \underline{-2}$$

Exercice 4. Programme de calcul — 6 points

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Soustraire 3 • Calculer le carré du résultat obtenu	• Choisir un nombre • Calculer le carré de ce nombre • Ajouter le triple du nombre de départ • Ajouter 7

1. Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A. Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.

Programme A	
Choix	1
Soustraire 3	$1-3=-2$
Carré du résultat	$(-2)^2=4$

2. Tidjane choisit le nombre -5 et applique le programme B. Quel résultat obtient-il ?

Programme B	
Choix	-5
Carré	$(-5)^2=25$
Ajouter le triple du nombre de départ	$25+3\times(-5)=25-15=10$
Ajouter 7	$10+7=17$

Tidjane va donc obtenir 17 en partant de (-5) avec le programme B.

3. Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

B2 ✗ ✔ f_x =(B1-3)^2

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	−3	−2	−1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

La formule, copiée à droite dans les cellules C3 à H3, saisie dans la cellule B3 est :

$$=B1\wedge 2+3*B1+7 \quad \text{ou} \quad B1*B1+3*B1+7$$

4. *Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x.*

4. a. Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : x^2-6x+9.

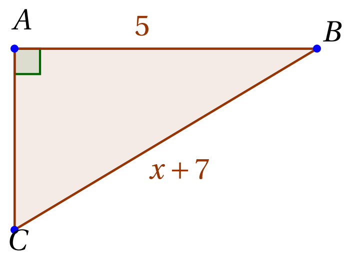
Programme A	
Choix	x
Soustraire 3	$x-3$
Carré du résultat	$(x-3)^2=\underline{x^2-6x+9}$

4. b. Écrire le résultat du programme B.

Programme B	
Choix	x
Carré	x^2
Ajouter le triple du nombre de départ	x^2+3x
Ajouter 7	x^2+3x+7

Exercice 5. Dans un triangle rectangle — 4 points

Soit ABC un triangle rectangle en A. On désigne par x un nombre positif et on a : $BC = x+7$; $AB = 5$.



1. **Prouver que : $AC^2 = x^2 + 14x + 24$.**
   Le triangle ABC est un triangle rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ (x+7)^2 &= 5^2 + AC^2 \\ AC^2 &= (x+7)(x+7) - 25 \\ AC^2 &= x^2 + 7x + 7x + 49 - 25 \\ AC^2 &= \underline{x^2 + 14x + 24} \end{aligned}$$

2. **Si $x = 6$, déterminer les dimensions des côtés du triangle ABC c'est à dire les longueurs AB, AC et BC.**
   Si $x = 6$ on a facilement, en unités de longueur, $BC = 6+7 = 13$ et $AB = 5$.
   Par ailleurs, puisque $AC^2 = x^2 + 14x + 24$ on a :

$$AC^2 = 6^2 + 14 \times 6 + 24 = 144$$

Et donc

$$AC = \sqrt{144} = 12$$

Fin du devoir

Question Bonus

Dans l'exercice 4, existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat ? Si oui, lequel ?
On cherche si il existe des valeurs de x telles que les deux programmes donnent le ,même résultat soit :

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 9 = x^2 + 3x + 7 &\iff -6x - 3x = 7 - 9 \\ &\iff -9x = -2 \\ &\iff x = \frac{-2}{-9} = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

Seule la valeur de départ $x = \frac{2}{9}$ donnera le même résultat pour les deux programmes. Ce dernier sera, pour $x = \frac{2}{9}$ dans le programme A :

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{9}\right)^2 - 6 \times \left(\frac{2}{9}\right) + 9 &= \frac{4}{81} - \frac{12 \times 9}{9 \times 9} + \frac{81 \times 9}{81} \\ &= \frac{4 - 108 + 729}{81} \\ &= \boxed{\frac{625}{81}} \end{aligned}$$