Devoir Surveillé-Bilan
Correction

Bilan de l'année
Durée 2 heures

Exercice 1. Tout un programme — 4,5 points

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre. • Lui ajouter 1 • Calculer le carré de la somme obtenue • Soustraire au résultat le carré du nombre de départ.	• Choisir un nombre • Ajoute 1 au double de ce nombre

1. [1 point] : On choisit 5 comme nombre de départ.

- **Avec le programme A**
  - Étape 1 : 5
  - Étape 2 : $5+1=6$
  - Étape 3 : $6^2=36$
  - Étape 4 : $36-5^2=36-25=11$

  On obtient 11 .

- **Avec le programme B**
  - Étape 1 : 5
  - Étape 2 : $2\times 5+1=10+1=11$

  On obtient 11 .

2. [2 points] : Les résultats obtenus avec les deux programmes sont-ils toujours égaux ?

- **Avec le programme A**
  - Étape 1 : x
  - Étape 2 : $x+1$
  - Étape 3 : $(x+1)^2=(x+1)(x+1)=x^2+2x+1$
  - Étape 4 : $x^2+2x+1-x^2=2x+1$

  On obtient $2x+1$.

- **Avec le programme B**
  - Étape 1 : x
  - Étape 2 : $2\times x+1$

  On obtient $2x+1$.

3. [1 point] Résolution de l'équation :

$$\begin{aligned} 2x+1=-10 &\iff 2x=-11\\ &\iff x=-\frac{11}{2}\end{aligned}$$

[0,5 point] La solution de l'équation est donc $\boxed{x=-5,5}$ ce qui signifie qu'en choisissant $x=-5,5$ comme nombre de départ, les deux programme donneront -10 comme résultat.

Exercice 2. Parcours de santé — 6 points

- **[2,5 points] Étude du parcours ACDA**.
  - **Données**.
    Le triangle ADC est rectangle en C. L'hypoténuse est donc le côté [AD].
  - **Le théorème**.
    donc d'après le *théorème de Pythagore* :

$$AD^2=AC^2+CD^2$$
$$AD^2=1,4^2+1,05^2$$
$$AD^2=3,0625$$

- **Conclusion**.
  et puisque AD est une longueur, AD est positif et donc

  $$\boxed{AD = \sqrt{3,0625} = 1,75 \text{ km.}}$$

  Le parcours ACDA mesure donc :

  $$\boxed{\ell_{ACDA} = AC + CD + DA = 1,4 + 1,05 + 1,75 = 4,2 \text{ km}}$$

- **[2,5 points] Étude du parcours AEFA**.
  - **Données**
    - ❏ Les points A, E', E et A, F', F sont alignés sur deux droites sécantes en A;
    - ❏ Les droites $(E'F')$ et (EF) sont parallèles .
  - **Le théorème**
    Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

    $$\frac{\boxed{A}E'}{\boxed{A}E} = \frac{\boxed{A}F'}{\boxed{A}F} = \frac{E'F'}{EF}$$

    Puis en remplaçant par les valeurs

    $$\frac{0,5}{1,3} = \frac{AF'}{AF} = \frac{0,4}{EF}$$

    Donc

    $$\frac{0,5}{1,3} = \frac{0,4}{EF}$$

    puis par produit en croix

    $$EF = \frac{0,4 \times 1,3}{0,5}$$

    $$\boxed{EF = 1,04 \text{ km}}$$

    Le parcours AEFA mesure donc :

    $$\boxed{\ell_{AEFA} = AE + EF + FA = 1,3 + 1,04 + 1,6 = 3,94 \text{ km}}$$

- **[1 point] Choix du parcours**.
  On peux alors calculer les écarts par rapport aux 4 km souhaités :
  - On a : $(4 - \ell_{AEFA}) = 4 - 3,94 = 0,06$
  - De même : $(4 - \ell_{ACDA}) = 4 - 4,2 = -0,2$

  Donc le parcours dont la **longueur est la plus proche de 4 km est le parcours AEFA**.

Exercice 3. Volume d'une bouteille 7,5 points

Comme demandé, tous les volumes seront arrondis au cm^3.

1. [1 point] Le volume de la partie cylindrique est obtenu en multipliant l'aire du disque de base de rayon 5 cm par la hauteur 15 cm soit :

$$\boxed{\mathcal{V} = \pi\, 5^2 \times 15 = 375\,\pi \text{ cm}^3 \approx 1\,178 \text{ cm}^3}$$

2. Calcul du volume du tronc de cône.

2. a. [1 point] Le volume V_2 du grand cône est obtenue en prenant le tiers du produit de l'aire du disque de base de rayon 5 cm par la hauteur SO = 6 cm soit :

$$\boxed{V_2 = \frac{1}{3} \times \left(\pi\, 5^2\right) \times SO = \frac{25 \times 6}{3}\,\pi = 50\,\pi \text{ cm}^3}$$

2. b. [2 points] Calcul de $O'B$.

- **Données**
  - ❏ Les points S, O', O et S, B, A sont alignés sur deux droites sécantes en S;
  - ❏ Les droites $(O'B)$ et (OA) sont parallèles car perpendiculaires à une même droite (SO).

- **Le théorème**
  Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{\boxed{S}O'}{\boxed{S}O} = \frac{\boxed{S}B}{\boxed{S}A} = \frac{O'B}{OA}$$

  Puis en remplaçant par les valeurs

$$\frac{2}{6} = \frac{O'B}{5}$$

  puis par produit en croix

$$\boxed{O'B = \frac{5}{3}\text{ cm}}$$

2. c. [1 point] Calcul de V_3. Le volume V_3 du petit cône est obtenue en prenant le tiers du produit de l'aire du disque de base de rayon $O'B = \dfrac{5}{3}$ cm par la hauteur $SO' = 2$ cm soit :

$$\boxed{V_3 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 \pi \times 2 = \frac{50}{27}\,\pi\text{ cm}^3}$$

2. d. [1 point] Le volume V_4 du tronc de cône est alors égal à $V_2 - V_3$ soit :

$$\boxed{V_4 = V_2 - V_3 = 50\,\pi - \frac{50}{27}\,\pi = \frac{1\,300}{27}\,\pi\text{ cm}^3 \approx 151\text{ cm}^3}$$

3. [1,5 points] Un technicien affirme que la bouteille contient (sans le goulot) plus de 1,5 litre. Est-ce vrai ?

- Le volume total de la bouteille (sans le goulot) est de

$$\boxed{V = V_1 + V_4 = \frac{11\,425\pi}{27} \approx 1\,329\text{ cm}^3}$$

- Or on sait que :

$$1\text{ litre} = 1\text{ dm}^3 = 1\,000\text{ cm}^3$$

  donc

$$1,5\text{ litre} = 1,5\text{ dm}^3 = 1\,500\text{ cm}^3$$

- Le volume V de la bouteille est donc inférieur à 1,5 litre puisque

$$V \approx 1\,329\text{ cm}^3 < 1\,500\text{ cm}^3$$

  Le **technicien a donc tort**.

Exercice 4. Des médailles d'or — 5 points

1. [1 point] Dans la cellule O2, la formule saisie est :

$$\boxed{= SOMME(B2 : N2)} \text{ ou } \boxed{= B2 + C2 + D2 + E2 + ... + N2}$$

2.

2. a. [1 point] La moyenne pondérée par les effectifs de cette série, arrondie à l'unité est :

$$\boxed{\overline{m} = \frac{1 \times 8 + 2 \times 2 + 3 \times 2 + \cdots + 40 \times 1}{26} = \frac{205}{26} \approx 8}$$

2. b. [1 point] Calculer le pourcentage de pays ayant obtenus plus de 10 médailles d'or de 1896 à 2008 parmi les 26 pays ayant obtenu au moins une médaille d'or. .

$$1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$$

Donc il y a 8 pays qui ont obtenus plus de 10 médailles d'or sur 26 soit en pourcentage arrondi au dixième de pourcentage :

$$\boxed{\frac{8}{26} \approx 30,8\%}$$

3. **[2 points]** On sait que 70% des pays médaillés ont obtenu au moins une médaille d'or. De ce fait, les 26 pays ayant obtenu au moins une médaille d'or cités dans le tableau de données, représentent 70% du nombre total N de pays médaillés (or, argent ou bronze).

$$N \times 0,7 = 26$$

Le nombre total N de pays médaillés est donc :

$$\boxed{N = \frac{26}{0,7} \approx 37}$$

Par conséquent puisque 26 de ces 37 pays ont obtenus au moins une médaille d'or,

$$37 - 26 = 11$$

11 pays n'ont obtenu que des médailles d'argent et de bronze.

Exercice 5. Mars, la planète rouge — 5 points

Lancé le 26 novembre 2011, le Rover Curiosity de la NASA est chargé d'analyser la planète Mars, appelée aussi planète rouge. Il a atterri sur la planète rouge le 6 août 2012, parcourant ainsi une distance d'environ 560 millions de km en 255 jours.

1. **[1 point]** La durée du vol est de 255 jours soit :

$$\boxed{255 \times 24 = 6\,120 \text{ heures}}.$$

2. **[2 points]** La vitesse moyenne du Rover est :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{560 \times 10^6}{6\,120} \text{ km/h}.$$

Donc

$$\boxed{v \approx 9,1503 \times 10^4 \text{ km/h} \approx 91\,500 \text{ km/h}} \text{ arrondi à la centaine}$$

.

3. **[2 points] Les premières images ont été émises de Mars à 7 h 48 min le 6 août 2012. La distance parcourue par le signal a été de 248×10^6 km à une vitesse moyenne de 300 000 km/s environ (vitesse de la lumière). À quelle heure ces premières images sont-elles parvenues au centre de la NASA ? (On donnera l'arrondi à la minute près).**

- Le temps mis par le signal pour parcourir les 248×10^6 km à la vitesse de 300 000 km/s est de

$$t = \frac{d}{v} = \frac{248 \times 10^6}{3 \times 10^5} \text{ s} = \frac{248}{3} \times 10^1 \text{ s} \approx 826,66 \text{ s}$$

soit

$$\boxed{t \approx \frac{826,66}{60} \text{ min} \approx 14 \text{ min}} \text{ arrondi à la minute.}$$

- Les premières images sont donc reçues par la NASA environ 14 minutes plus tard soit vers :
7 h 48 min + 14 min = 8 h 02 min.

Remarque : Pour être plus rigoureux on a :

$$t = \frac{2\,480}{3} \text{ s} = \frac{2\,480}{3 \times 60} \text{ min} = \frac{248}{18} \text{ min} = \frac{13 \times 18 + 14}{18} \text{ min} = 13 \text{ min} + \frac{7}{9} \text{ min}$$

soit

$$t = 13 \text{ min} + \frac{140}{3} \text{ s} = 13 \text{ min} + 46 \text{ s} + \frac{2}{3} \text{ s}$$

Exercice 6. Sur le Lune — 8 points

1. **[1 point]** Poids d'un homme de 70 kg sur Terre : $\boxed{P = m.g_T = 70 \times 9,8 = 686 \text{ N}}$.

2. Sur la Lune.

2. a. [1 point] Le tableau est bien un tableau de proportionnalité car on passe de la première ligne à la deuxième en multipliant par 1,7. C'est le coefficient de proportionnalité.

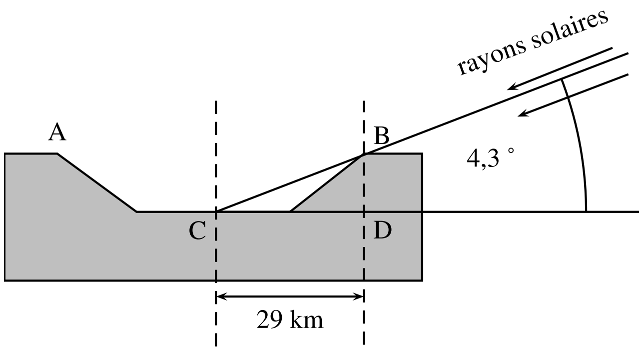
2. b. **[1 point]** C'est le coefficient de proportionnalité est noté $\boxed{g_L = 1,7}$. On a bien $P = m.g_L = m \times 1,7$.

2. c. **[1 point]** On a :

$$\boxed{\frac{g_T}{g_L} = \frac{9,8}{1,7} \approx 5,765}$$

donc on pèse environ 6 fois moins lourd sur la Lune que sur la Terre.

3. Le dessin ci-dessous représente un cratère de la lune. BCD est un triangle rectangle en D.



3. a. **[1,5 point] Dans le triangle BCD rectangle en D, calculer BC en mètres. Arrondir au dixième de mètre près**.
Le triangle BCD est rectangle en D donc :

$$\cos \widehat{C} = \frac{CD}{CB}$$

$$\cos 4,3^\circ = \frac{29\,000}{CB}$$

et donc arrondi au dixième de mètre

$$\boxed{CB = \frac{29\,000}{\cos 4,3^\circ} \approx 29\,081,9 \text{ m}}$$

3. b. **[1,5 point] Calculer la profondeur BD du cratère. Arrondir au dixième de km près**.
On peut alors appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle BCD rectangle en D, on obtient :

$$BD = \sqrt{CB^2 - CD^2}$$

soit

$$BD \approx \sqrt{29\,081,9^2 - 29\,000^2} \approx 2\,181 \text{ m}$$

soit arrondi au dixième de km :

$$\boxed{BD \approx 2,2 \text{ km}}$$

3. c. **[1 point] On considère que la longueur CD représente 20 % du diamètre du cratère. Calculer la longueur AB du diamètre du cratère.**
D'après les données de l'énoncé,

$$\text{CD} = 20\% \times \text{AB} = 0,2 \times \text{AB}$$

et donc

$$\text{AB} = \frac{\text{CD}}{0,2} = \frac{29}{0,2} = 145 \text{ km}$$

$\boxed{\text{Le cratère AB mesure environ 145 km}}$.

Remarque : En troisième, on peut calculer directement BD en utilisant la tangente :
On se place dans le triangle BCD, rectangle en D alors :

$$\tan \widehat{C} = \frac{\text{BD}}{\text{CD}}$$

soit

$$\tan 4,3^\circ = \frac{\text{BD}}{29}$$

et donc

$\boxed{\text{BD} = 29 \times \tan 4,3^\circ \approx 2,2 \text{ km arrondi au dixième}}$.