Devoir Surveillé n°4
Correction

Quatrième

Fractions

Durée 1 heure

Correction DS n°4 - Quatrième - Décembre

Exercice 1. Compléter directement sur cette feuille — 4 points

A compléter sur cette feuille

Compléter en donnant le résultat sous la forme la plus simple possible :

1. $\frac{2}{3} + \frac{7}{3} = \frac{9}{3} = \boxed{3}$
2. $\frac{2}{3} - \frac{5}{3} = \frac{-3}{3} = \boxed{-1}$
3. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{7} = \boxed{\frac{2}{7}}$
4. $\frac{2}{3} \times \boxed{2} = \frac{4}{3}$
5. $\frac{2}{3} + \boxed{\frac{-1}{3}} = \frac{1}{3}$
6. $\frac{2}{3} + 1 = \boxed{\frac{5}{3}}$
7. $\frac{2}{3} \div 2 = \boxed{\frac{1}{3}}$
8. $\frac{2}{3} \div \frac{3}{2} = \boxed{\frac{4}{9}}$

Exercice 2. Des petits problèmes — 6 points

1. **Les $\frac{3}{8}$ des 48 livres de Gaston sont des BD. Combien Gaston a-t-il de BD ?**

   Prendre les $\frac{3}{8}$ de 48 livres c'est :

   $$\frac{3}{8} \times 48 = \frac{3 \times 6 \times 8}{8} = 3 \times 6 = 18$$

   Donc Gaston a <u>18 BD</u>.

2. **Louise a vendu les $\frac{4}{7}$ de sa collection de timbres pour 28 euros. Combien lui aurait rapporté la vente de la totalité de sa collection ?**

   Louise a vendu les $\frac{4}{7}$ de sa collection pour 28 euros, donc $\frac{1}{7}$ de sa collection représente : $\frac{28}{4} = 7$ euros.

   Et de ce fait, la totalité de sa collection représente : <u>$7 \times 7 = 49$ euros</u>.

3. **Dans une classe de 4ᵉ, les trois-quarts des élèves étudient l'italien et les $\frac{5}{9}$ de ces élèves participent à un voyage à Rome. Quelle fraction des élèves de la classe vont partir à Rome ?**

   $$\frac{3}{4} \times \frac{5}{9} = \frac{3 \times 5}{4 \times 3 \times 3} = \frac{5}{12}$$

   Donc $\frac{5}{12}$ des élèves de la classe vont partir à Rome .

4. **Calculer l'inverse de la somme de 2 et de $\frac{3}{4}$.**

   La somme de 2 et $\frac{3}{4}$ c'est :

   $$2 + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

   Et donc l'inverse de la somme de 2 et de $\frac{3}{4}$ est : $\boxed{\frac{4}{11}}$.

Exercice 3. Attention aux priorités! 4 points

$$A = \frac{7}{6} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2}$$
$$= \frac{7}{6} - \frac{5}{8}$$
$$= \frac{7\times 4}{6\times 4} - \frac{5\times 3}{8\times 3}$$
$$= \frac{28-15}{24}$$
$$A = \boxed{\frac{13}{24}}$$

$$B = \frac{\frac{5}{9}}{\frac{5}{9}+\frac{1}{6}} = \frac{\frac{5}{9}}{\frac{5\times 2}{9\times 2}+\frac{1\times 3}{6\times 3}}$$
$$B = \frac{\frac{5}{9}}{\frac{10+3}{18}} = \frac{\frac{5}{9}}{\frac{13}{18}}$$
$$B = \frac{5}{9} \times \frac{18}{13}$$
$$B = \frac{5\times 9\times 2}{9\times 13}$$
$$B = \boxed{\frac{10}{13}}$$

Exercice 4. Avec une expression 4 points

On considère l'expression : $A(x) = (2x+1)(1-3x) - 2(2x+1)$.

1. **Développer et réduire $A(x)$.**

$$A(x) = (2x+1)(1-3x) - 2(2x+1)$$
$$A(x) = 2x - 6x^2 + 1 - 3x - 4x - 2$$
$$A(x) = \underline{-6x^2 - 5x - 1}$$

2. **Factoriser $A(x)$.**

$$A(x) = \boxed{\underline{(2x+1)} \times (1-3x)} - \boxed{2 \times \underline{(2x+1)}}$$
$$A(x) = (2x+1) \times \left[(1-3x) - 2\right]$$
$$A(x) = \underline{(2x+1)(-3x-1)}$$

3. **Calculer $A\left(\frac{-1}{2}\right)$, c'est à dire $A(x)$ en remplaçant x par $\frac{-1}{2}$.**
On a 3 façons de calculer cette valeur :

Avec par exemple la forme développée on obtient :

$$A(x) = -6x^2 - 5x - 1$$
$$A\left(\frac{-1}{2}\right) = -6 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 5 \times \left(\frac{-1}{2}\right) - 1$$
$$A\left(\frac{-1}{2}\right) = -6 \times \left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{5}{2}\right) - 1$$
$$A\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-6}{4} + \frac{10}{4} - \frac{4}{4}$$
$$A\left(\frac{-1}{2}\right) = \underline{0}$$

Ou avec par exemple la forme factorisée on obtient :

$$A(x) = (2x+1)(-3x-1)$$
$$A\left(\frac{-1}{2}\right) = \left(2 \times \left(\frac{-1}{2}\right) + 1\right)\left(-3 \times \left(\frac{-1}{2}\right) - 1\right)$$
$$A\left(\frac{-1}{2}\right) = \left(-1+1\right)\left(\frac{3}{2} - 1\right)$$
$$A\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 \times \left(\frac{1}{2}\right)$$
$$A\left(\frac{-1}{2}\right) = \underline{0}$$

Ou avec la forme initiale :

$$A(x) = (2x+1)(1-3x) - 2(2x+1)$$
$$A\left(\frac{-1}{2}\right) = \left(2 \times \left(\frac{-1}{2}\right) + 1\right)\left(1 - 3 \times \left(\frac{-1}{2}\right)\right) - 2\left(2 \times \left(\frac{-1}{2}\right) + 1\right)$$
$$A\left(\frac{-1}{2}\right) = \underbrace{\left(-1+1\right)}_{0}\left(1 + \frac{3}{2}\right) - 2\underbrace{\left(-1+1\right)}_{0}$$
$$A\left(\frac{-1}{2}\right) = 0 \times \frac{5}{2} - 2 \times 0$$
$$A\left(\frac{-1}{2}\right) = \underline{0}$$

Exercice 5. Étrange programme — 2 points

On considère le programme suivant :

Étape 1	:	choisir un nombre.
Étape 2	:	lui ajouter $\frac{1}{3}$.
Étape 3	:	enlever $\frac{1}{4}$ au résultat.
Étape 4	:	enlever $\frac{1}{12}$ au résultat.

Paul affirme qu'il peut facilement prévoir le résultat final si on lui donne le nombre choisi au départ. Qu'en pensez-vous ?
On va faire tourner le programme en partant d'un nombre quelconque noté x.

Étape 1	:	choisir un nombre.	x
Étape 2	:	lui ajouter $\frac{1}{3}$.	$x+\frac{1}{3}$
Étape 3	:	enlever $\frac{1}{4}$ au résultat.	$x+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$
Étape 4	:	enlever $\frac{1}{12}$ au résultat.	$x+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{12}$

Or on a :

$$\begin{aligned} x+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{12} &= x+\frac{4}{12}-\frac{3}{12}-\frac{1}{12} \\ &= x \end{aligned}$$

Donc en partant d'un nombre x, on obtient avec ce programme comme résultat toujours ce même nombre x . Paul a raison.

Question Bonus

On dispose d'une égalité bien pratique que connaissait dès 1202, le grand mathématicien italien du Moyen Âge Leonardo Fibonacci (pour n entier naturel non nul) :

$$\frac{1}{n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n(n+1)}$$

Démontrer cette égalité puis utiliser-la pour décomposer la fraction $\frac{2}{5}$ sous la forme d'une somme de trois fractions égyptiennes différentes (c'est à dire de trois fractions de numérateur 1).