Correction Devoir Surveillé n°2 Quatrième

Continuité et Convexité

Durée 2 heures

Exercice 1. Application directe du cours — 3 points

On considère le triangle DEF rectangle en D avec $DE = 7$ cm et $EF = 8$ cm.

1. **Construire le triangle DEF.**

2. **Calculer la valeur exacte puis une valeur approchée au mm près de DF.**

   - **Données**.
     Le triangle DEF est rectangle en D. L'hypoténuse est donc le côté $[EF]$.
   - **Le théorème**.
     Donc d'après le *théorème de Pythagore* :

$$\begin{aligned} EF^2 &= ED^2 + DF^2 \\ 8^2 &= 7^2 + DF^2 \\ DF^2 &= 8^2 - 7^2 \\ DF^2 &= 15 \end{aligned}$$

   - **Conclusion**.
     Et puisque DF est une longueur, on a

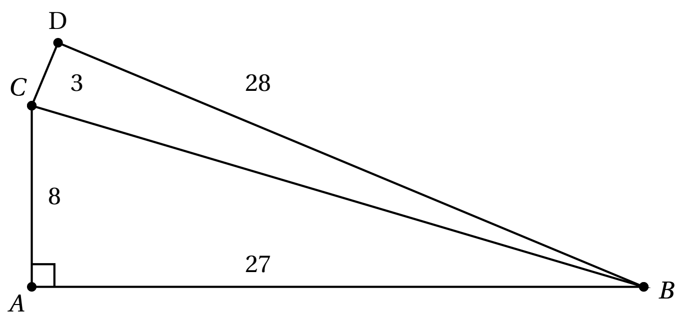
$$\boxed{DF = \sqrt{15} \approx 3,9 \text{ cm à } 0,1 \text{ cm près.}}$$

Exercice 2. Application directe du cours — 2 points

On considère le triangle KLM avec $KL = 6$ km, $KM = 8$ km et $LM = 10$ km.
Le triangle KLM est-il rectangle ?

- **Données**.
  Si le triangle KLM est rectangle, c'est en K car [LM] est le plus grand côté.
- **Le test**. $\begin{cases} LM^2 & = & 10^2 & = & 100 \\ LK^2 + KM^2 & = & 6^2 + 8^2 & = & 100 \end{cases}$
- **Conclusion**.
  On a donc égalité, $LK^2 + KM^2 = LM^2$.
  De ce fait, d'après la *réciproque du théorème de Pythagore*, <u>le triangle KLM est rectangle en K</u>.

Exercice 3. Déjà vu — 5.5 points



On a :

- $AC = 8$ cm ;
- $AB = 27$ cm ;
- $CD = 3$ cm ;
- $BD = 28$ cm.

Le triangle BCD est-il rectangle ?

1. **[2.5 points] Calculons CB.**

   - **Données.**
     Le triangle ABC est rectangle en A. L'hypoténuse est donc le côté $[CB]$.
   - **Le théorème.**
     Donc d'après le *théorème de Pythagore* :

$$CB^2 = CA^2 + AB^2$$
$$CB^2 = 8^2 + 27^2$$
$$CB^2 = 793$$

   - **Conclusion.**
     Et puisque CB est une longueur, on a

$$\boxed{BC = \sqrt{793} \approx 28,2 \text{ cm à } 0,1 \text{ cm près.}}$$

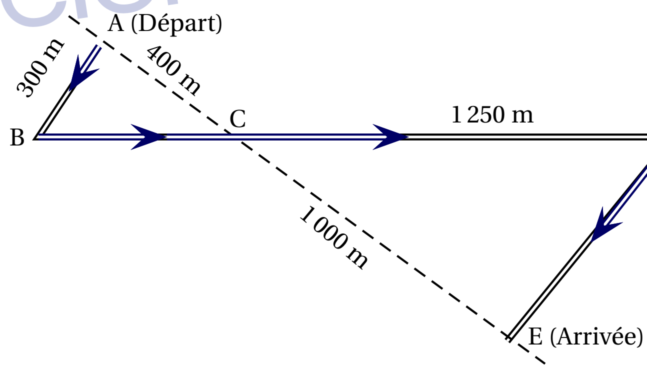
2. **[3 points] Le triangle BCD est-il rectangle ?**

   - **Données.**
     Si le triangle BCD est rectangle, c'est en D car [BC] est le plus grand côté.
   - **Le test.** $\begin{cases} BC^2 & = & 793 & & \\ BD^2 + DC^2 & = & 28^2 + 3^2 & = & 793 \end{cases}$
   - **Conclusion.**
     On a donc égalité, $BD^2 + DC^2 = BC^2$.
     De ce fait, d'après la *réciproque du théorème de Pythagore*, le triangle BCD est rectangle en D.

Exercice 4. Course à pied — 6 points

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis. Il est représenté par la figure ci-contre. On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.
- $AB = 300$ m, $AC = 400$ m, $CE = 1\,000$ m et $CD = 1\,250$ m



Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE.

- [2 points] Longueur BC :
  Dans le triangle ABC rectangle en A, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 300^2 + 400^2$$
$$BC^2 = 250000$$

  Or BC est positif car c'est une longueur donc

$$\boxed{BC = \sqrt{250000} = 500 \text{ m}}$$

- [3 = 2.5 + 1 points] Longueur DE :
  Les droites (DE) et (AB) sont parallèles et la droite (AE) est perpendiculaire à (AB), elle est donc aussi perpendiculaire à (DE). En effet par théorème :

Théorème 1

Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elles est perpendiculaire à l'autre.

Dans le triangle CDE rectangle en E, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$\begin{aligned} CD^2 &= CE^2 + ED^2 \\ 1\,250^2 &= 1\,000^2 + ED^2 \\ ED^2 &= 1\,250^2 - 1\,000^2 \\ ED^2 &= 562\,500 \end{aligned}$$

Or CD est positif car c'est une longueur donc

$$\boxed{CD = \sqrt{562\,500} = 750 \text{ m}}$$

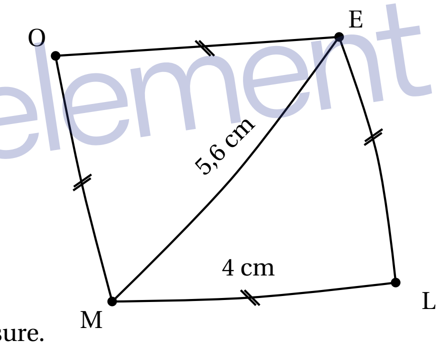
- <u>[0.5 points] Longueur $ABCDE$</u> :

$$\ell(ABCDE) = AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1250 + 750$$

$$\boxed{\ell(ABCDE) = 2800 \text{ m}}$$

Exercice 5. Qui a raison ? 3.5 points

Voici la figure à main levée d'un quadrilatère : Marie soutient que OELM est un carré, mais Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai. Qui a raison ? Pourquoi ?



Ce quadrilatère est un losange car il a ses côtés de même mesure.
Pour que ce soit un carré, il faut qu'il ait un angle droit. Vérifions donc si le triangle ELM isocèle en L est rectangle.

- **Données**.
  Si le triangle ELM est rectangle, c'est en L car [EM] est le plus grand côté.

- **Le test**. $\left\{\begin{array}{lllll} EM^2 & = & 5,6^2 & = & 31,36 \\ ML^2 + LE^2 & = & 4^2 + 4^2 & = & 32 \end{array}\right.$

- **Conclusion**.
  On a donc pas égalité, $LK^2 + KM^2 \neq LM^2$.
  De ce fait, d'après la *contraposée du théorème de Pythagore*, <u>le triangle ELM n'est pas rectangle</u>.
  De ce fait, le quadrilatère n'est pas un carré, c'est donc Charlotte qui a raison.